Fachmittelschul-Ausweis 2022
Mathematik

Klasse / Kurs:	F3a, F3b, F3c / Mathematik
Anzahl Seiten (ohne Deckblatt):	7
Inhalt:	FMS Abschlussprüfung 2022 Mathematik schriftlich
Anweisungen/ Erläuterungen:	Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt **Aufgabe 1** ist **ohne Taschenrechner** zu lösen. Als einziges Hilfsmittel ist in diesem Teil die **Formelsammlung** zugelassen. Wenn Sie diesen Teil erledigt haben, legen Sie alle Lösungsblätter in den vorhandenen Umschlag und geben diesen der Aufsichtsperson ab. **Achtung**: Nur diejenigen Blätter, die sich im Umschlag befinden, werden für die Bewertung des 1. Teils beachtet. Nach Abgabe von Aufgabe 1 erhalten Sie ihren Taschenrechner, um die weiteren Aufgaben zu lösen.
Hilfsmittel:	«Formelsammlung Mathematik kompakt» und ein Taschenrechner der TI30-Serie
Bewertung:	**Maximal 56 Punkte** Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angeschrieben. Für die Note 6 ist nicht die volle Punktzahl erforderlich.

Bevor Sie mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, kontrollieren Sie bitte, ob die Prüfung gemäss obiger Aufstellung vollständig ist. Sollten Sie der Meinung sein, dass etwas fehlt, melden Sie dies bitte **umgehend** der Aufsicht.

Aufgabe 1 **(10 Punkte, je Teilaufgabe ein Punkt)**

Lösen Sie die folgenden Aufgaben ohne Taschenrechner auf separaten Blättern.

Achtung: Lösungen hier auf dem Aufgabenblatt werden auf keinen Fall berücksichtigt. Geben Sie die Lösungen im farbigen Umschlagpapier ab. Sie erhalten dann Ihren Taschenrechner.

a) **Wissenschaftliche Schreibweise**

Wandeln Sie in wissenschaftliche Schreibweise um: 0.000679

b) **Gleichungen aufstellen**

Noah und Kevin sammeln beide Fussballbilder.

Wenn Noah Kevin 15 Bilder gäbe, dann hätten beide gleich viele Bilder. Wenn aber Kevin Noah 15 Bilder gäbe, so hätte Noah doppelt so viele Bilder wie Kevin.

Stellen Sie die beiden Gleichungen auf. Sie müssen **nicht** bestimmen, wie viele Bilder Kevin oder Noah besitzen.

c) **Formeln umformen**

Lösen Sie folgende Formel nach *r* auf: $F = G\frac{m \cdot M}{r^2}$

d) **Gleichungssystem lösen**

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem und geben Sie die Lösungen von *x* und *y* an.

$$\left| \begin{array}{l} 2y - 10 = 2x \\ 3x = y + 15 \end{array} \right|$$

e) **Prozentrechnung**

Auf einem Konto liegen 2000 Franken. Wie viel Geld befindet sich bei einem Zinssatz von 3 Prozent nach einem Jahr auf dem Konto?

f) **Bruchrechnen**

Berechnen Sie: $\frac{12}{15} : \frac{3}{10}$

g) **Einheiten umrechnen**

Wandeln Sie um in cm^2 : $25 m^2$

h) **Binomische Formeln**

Berechnen Sie mit Hilfe der binomischen Formeln: $(a^2 - b^4)^2$

i) **Terme**

Setzen Sie $x = -4$ ein und berechnen Sie: $(x + 6)^2 + x + 1$

j) **Exponentialgleichung**

Lösen Sie die Gleichung: $2 \cdot 3^x = 54$

Aufgabe 2 **(8 Punkte, 1+1+1+1.5+1.5+2 Punkte)**

Peter interessiert sich für sein Haarwachstum. Nach seinem letzten Haarschnitt sind alle Haare genau gleich lang.

Peter misst in regelmässigen Abständen seine Haarlänge. Die folgende Wertetabelle gibt seine Messungen wieder:

Tag	0 (1. Messung)	20	40	60
Haarlänge [cm]	5.0	5.6	6.2	6.8

Nach dem 60. Tag wachsen seine Haare weiterhin gleichmässig schnell.

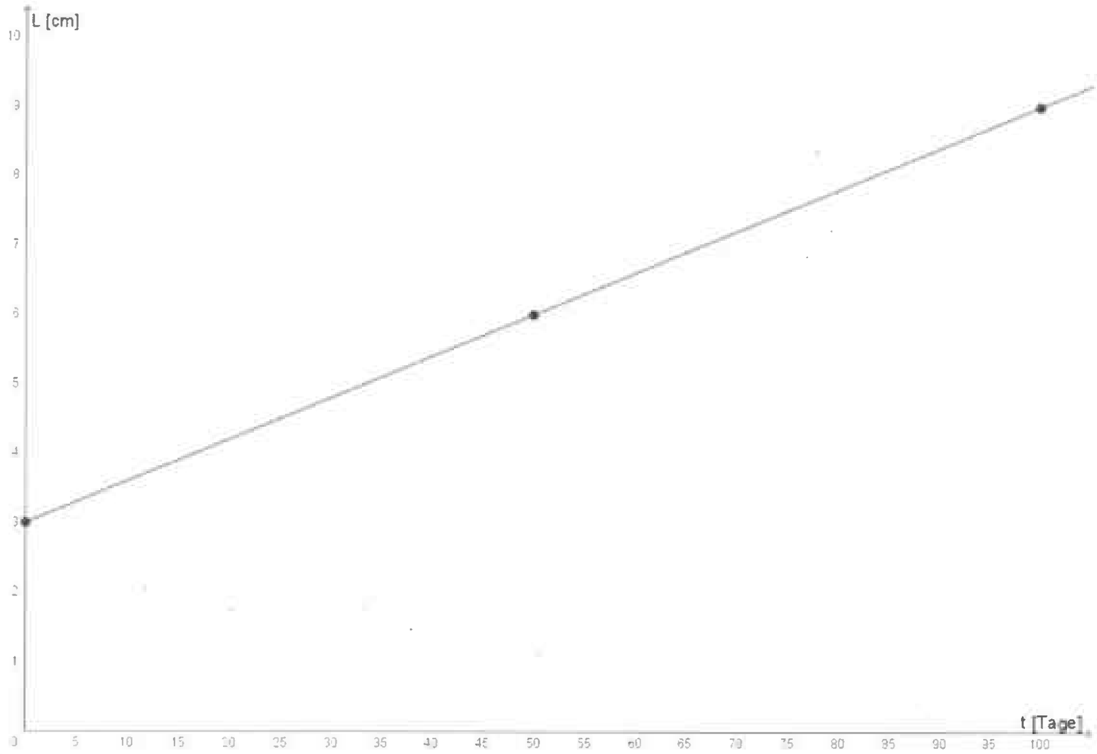
a) Berechnen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit der Haare in cm/Tag.

b) Geben Sie die Gleichung an, mit welcher man die Länge *L* der Haare (in cm) in Abhängigkeit der Zeit *t* (in Tagen) bestimmen kann.

c) Wie lang werden seine Haare nach 95 Tagen sein?

d) Peter möchte erst wieder zum Coiffeur gehen, wenn seine Haare 10 cm lang sind. Wie viele Tage nach dem Start der Messungen ist dies?

Hans misst ebenfalls die Länge seiner Haare und führt seine 1. Messung am gleichen Tag wie Peter durch. Er hält sein Haarwachstum in der folgenden Grafik fest.



e) Geben Sie die Gleichung an, mit welcher man die Länge *L* der Haare (in cm) von Hans in Abhängigkeit der Zeit *t* (in Tagen) bestimmen kann. Verwenden Sie dazu die markierten Punkte, welche ganzzahlige Koordinaten aufweisen.

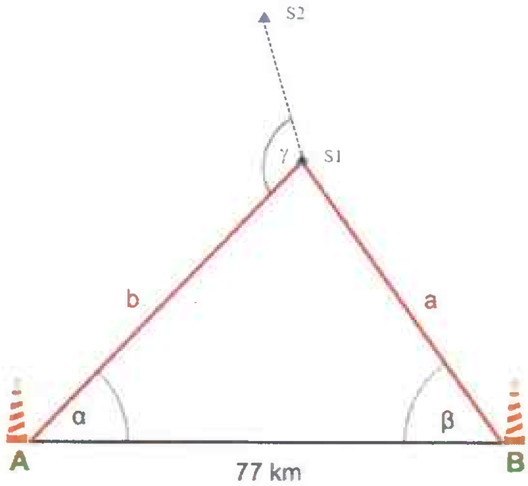
f) Nach wie vielen Tagen haben Peter und Hans gleich lange Haare?

Aufgabe 3 **(8 Punkte, 2+2+2+2 Punkte)**

Die Abbildung zeigt zwei Schiffe S1 und S2 (im Bild mit kleinen Dreiecken gekennzeichnet) vor der Küste mit zwei Leuchttürmen A und B.

Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu gezeichnet.

Die Entfernung entlang der **geradlinigen** Küste zwischen den zwei Leuchttürmen beträgt 77 km. Dabei ist $\alpha = 46°$ und $\beta = 54°$.



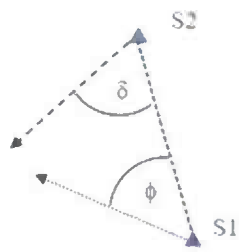
a) Wie weit ist das Schiff S1 vom Leuchtturm A entfernt?

b) Wie gross ist die kürzeste Entfernung von Schiff S1 zur Küste?

c) Die zwei Schiffe S1 und S2 sind 8.85 km voneinander entfernt. Der Kapitän von Schiff S1 sieht das Schiff S2 und den Leuchtturm A unter einem Winkel von $\gamma = 110°$ (siehe Skizze oben). Wie weit ist das Schiff S2 vom Leuchtturm A entfernt?

Schiff S2 fährt mit einer Geschwindigkeit von $V_{S2} = 42$ km/h. Seine Fahrtrichtung (gestrichelter Pfeil, siehe nebenstehende Abbildung) schliesst mit der Verbindungsstrecke [S2 S1] einen Winkel von $\delta = 80°$ ein.

Schiff S1 fährt mit einer Geschwindigkeit von $V_{S1} = 56$ km/h. Seine Fahrtrichtung (gepunkteter Pfeil, siehe nebenstehende Abbildung) schliesst mit der Verbindungsstrecke [S2 S1] einen Winkel von $\phi = 40°$ ein.



d) Werden sich die Schiffe treffen? Begründen Sie ihre Antwort.

Tipp: Beide Schiffe sind bis zum Zusammentreffen zeitlich gleich lang gefahren. Es gilt allgemein: $t = \frac{s}{v}$ (Zeit gleich Strecke durch Geschwindigkeit)

Aufgabe 4 **(9 Punkte, 5+3+1 Punkte)**

a) Sie werfen gleichzeitig **drei Laplace-Würfel** in einem Wurf.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit,

i) dass nur gerade Zahlen gewürfelt werden,

ii) dass genau einer der drei Würfel eine 5 zeigt,

iii) dass das Produkt der Augenzahlen grösser als 2 ist?

b) Sie spielen ein Spiel mit **zwei Laplace-Würfeln**. Bei diesem Spiel bezahlen Sie 1 Franken Einsatz, den Sie nicht mehr zurückerhalten. Ist die Summe der zwei Augenzahlen 12, so erhalten Sie 24 Franken, ist die Summe der Augenzahlen kleiner als 5, so werden 5 Franken ausbezahlt. Ansonsten gewinnen Sie nichts.

Wie gross ist der im Mittel zu erwartende Gewinn oder Verlust?

c) Anna wirft gleichzeitig **drei unterschiedlich farbige Laplace-Würfel** und notiert sich jeweils die Augenzahlen. Dies wiederholt sie zehnmal. Die folgende Tabelle zeigt die jeweils gewürfelten Augenzahlen:

	1. Wurf	2. Wurf	3. Wurf	4. Wurf	5. Wurf	6. Wurf	7. Wurf	8. Wurf	9. Wurf	10.Wurf
rot	3	1	4	2	6	2	6	3	2	4
blau	6	6	6	1	6	6	4	1	6	1
grün	1	2	1	5	3	2	5	2	4	4

Von diesen drei Würfeln wählen Sie einen aus, um damit ein Spiel zu spielen, in welchem Sie möglichst viele 6er würfeln möchten. Für welchen der drei Würfel würden Sie sich entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 **(8 Punkte, 2+3+2+1 Punkte)**

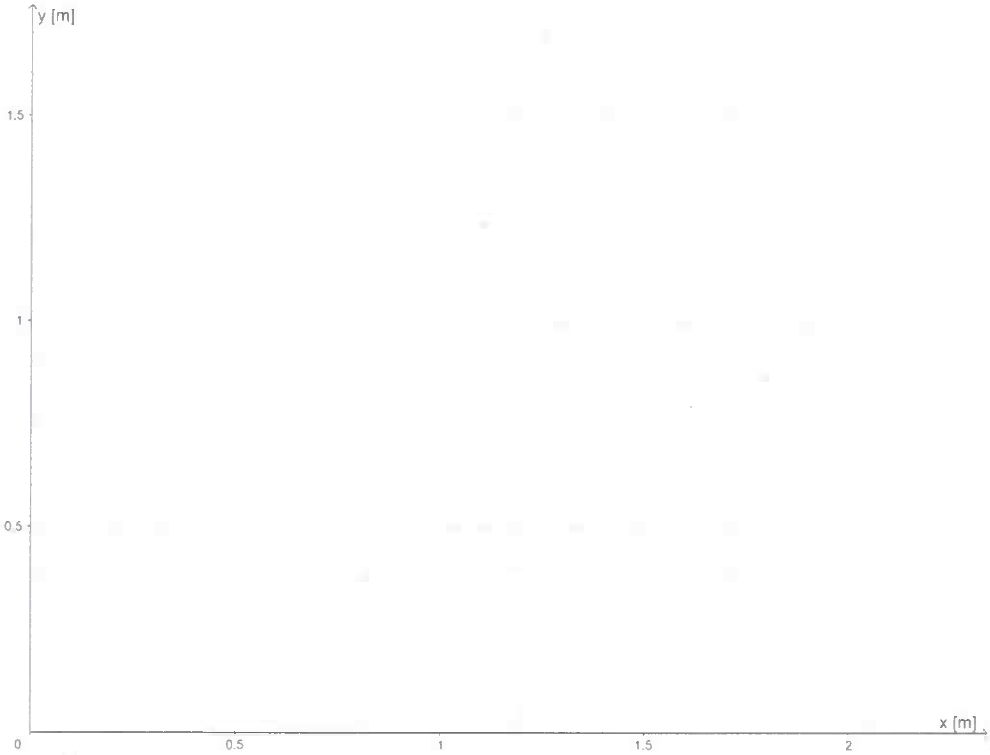
Der Wasserstrahl aus einem Springbrunnen bewegt sich in Form einer Parabel, bis er wieder auf der Wasseroberfläche auftrifft.

Die Form der Parabel wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x$$

Dabei ist x der horizontale Abstand (in Meter) zur Austrittsöffnung und y die Höhe (in Meter) über der Wasseroberfläche.

a) Zeichnen Sie den Verlauf des Wasserstrahls in folgendes Diagramm ein. Benutzen Sie mindestens 5 günstig verteilte Punkte.



b) Sie halten Ihren Zeigfinger in einer Höhe von 1 Meter über der Wasseroberfläche. Berechnen Sie, in welchem horizontalen Abstand zur Austrittsöffnung Ihr Finger sein muss, damit er nass wird.

Der Winkel der Austrittsöffnung des Wasserstrahls gegenüber dem Wasser wird nun verkleinert. Dadurch erreicht der Wasserstrahl in 1.5 Meter horizontalem Abstand zur Austrittsöffnung eine maximale Höhe von 1 Meter. Er trifft dafür weiter entfernt von der Austrittsöffnung als zuvor auf der Wasseroberfläche auf.

c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, welche die Parabel des Wasserstrahls beschreibt.

d) In welchem Abstand von der Austrittsöffnung trifft der Wasserstrahl wieder auf die Wasseroberfläche auf? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 **(8 Punkte, 1+2+1+2+2 Punkte)**

Ein See enthält im Jahr 2021 genau 200 Tonnen Algen. Ihre Menge nimmt jedes Jahr um 8% zu.

a) Wie viele Tonnen Algen enthält der See nach einem Jahr?

b) Wie viele Tonnen Algen enthält der See nach 12 Jahren?

c) Berechnen Sie, wie viele Tonnen Algen der See vor 10 Jahren enthielt. Nehmen Sie an, dass die Algen immer mit 8% gewachsen sind.

d) Wann enthält der See 774 Tonnen Algen. Geben Sie das Resultat in Jahren und gerundeten Monaten an?

Ende des Jahres 2042 überschreitet die Algenmenge die Tausender-Marke und erreicht 1006.8 Tonnen. Um das weitere Wachstum der Algen zu verringern, werden in den folgenden Jahren jeweils am Jahresende 250 Tonnen Algen entfernt.

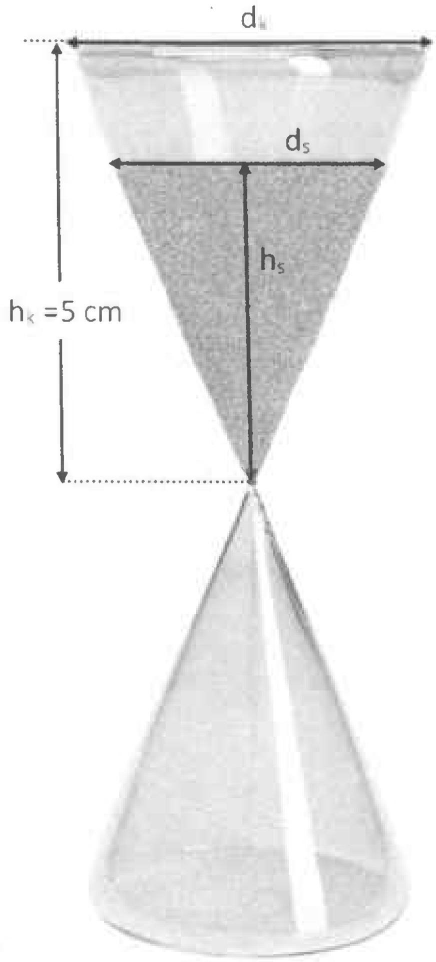
e) Wie viele Tonnen Algen enthält der See am Jahresende 2044?

Aufgabe 7 **(5 Punkte, 2+1+2 Punkte)**

Die Abbildung zeigt eine Sanduhr in Gestalt eines symmetrischen Doppelkegels. Der obere Teil der Sanduhr ist massstabsgetreu abgebildet.

Die Sanduhr ist soeben umgedreht worden. Der gesamte Sand befindet sich im oberen Teil der Sanduhr und hat dort selbst die Gestalt eines geraden Kreiskegels. Der Sand rinnt nun gleichmässig nach unten.

Die Höhe des oberen Teils der realen Sanduhr ist in der Abbildung gegeben. Die Sanduhr ist also vergrössert abgebildet.



Wichtig: Runden Sie bei Teilaufgabe a) auf **eine Stelle** nach dem Komma und bei den restlichen Teilaufgaben b) – d) auf **2 Stellen** nach dem Komma.

a) Bestimmen Sie durch Vermessung der Abbildung die Höhen h_K und h_S, sowie die Durchmesser d_K und d_S.

b) Wieviel Kubikzentimeter Sand befinden sich im oberen Teil?

c) Wie lange dauert es, bis der ganze Sand im unteren Teil der Sanduhr ist, wenn pro Sekunde ein Sandvolumen von 100 mm^3 nach unten rinnt? Geben Sie das Resultat in Minuten und Sekunden an.