



Fachmittelschul-Ausweis 2015

Mathematik

Anzahl Seiten
(ohne Deckblatt): 6

Inhalt: 7 Prüfungsaufgaben
Eine kreisförmige Kartonscheibe mit Durchmesser 2.2 cm

**Anweisungen/
Erläuterungen:** Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht grafikfähig)
gelbe FMS-Formelsammlung

Bewertung: Die maximal erreichbare Punktzahl ist **58 Punkte**.
Für die Note 6 müssen nicht alle Punkte erzielt werden.

Bevor Sie mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, kontrollieren Sie bitte, ob die Prüfung gemäss obiger Aufstellung vollständig ist. Sollten Sie der Meinung sein, dass etwas fehlt, melden Sie dies bitte **umgehend** der Aufsicht.

|1| Exponentielles Wachstum (2+3=5 Punkte)

Im Jahr 2003 besuchten 444 Schülerinnen und Schüler die Schule Auf der Höhe, im Jahr 2013 waren es 567. Da die Schule Auf der Höhe ausgebaut werden soll, werden Prognosen für die weitere Entwicklung der Schülerzahlen aufgestellt. Dabei werden verschiedene Szenarien betrachtet:

- a) Berechnen Sie die Voraussage für das Jahr 2028, wenn die Schülerzahl jedes Jahr um die gleiche Anzahl Personen zunimmt.
- b) Berechnen Sie die Voraussage für das Jahr 2028, wenn die Schülerzahl jedes Jahr um den gleichen Prozentsatz (das heisst exponentiell) zunimmt.

|2| Prozentrechnung (2.5+1+1.5=5 Punkte)

Ein Fernseher, der normalerweise $N = 490$ Franken kostet, wird vor der Fussball-WM um 16% teurer angeboten. Nach der WM wird der Preis wieder um 16% des *erhöhten* Preises gesenkt.

- a) Um welchen Betrag (in Franken) unterscheidet sich der Preis nach der WM vom Normalpreis N ?
- b) Um wie viel *Prozent* unterscheidet sich der Preis nach der WM vom Normalpreis N ?
- c) Vergleichen Sie die beiden folgenden Preismodelle:
 - 1. Ein Normalpreis wird zunächst um 16 Prozent verbilligt. Der verbilligte Preis wird dann um 16 Prozent erhöht.
 - 2. Ein Normalpreis wird zunächst um 16 Prozent erhöht. Der erhöhte Preis wird dann um 16 Prozent verbilligt.

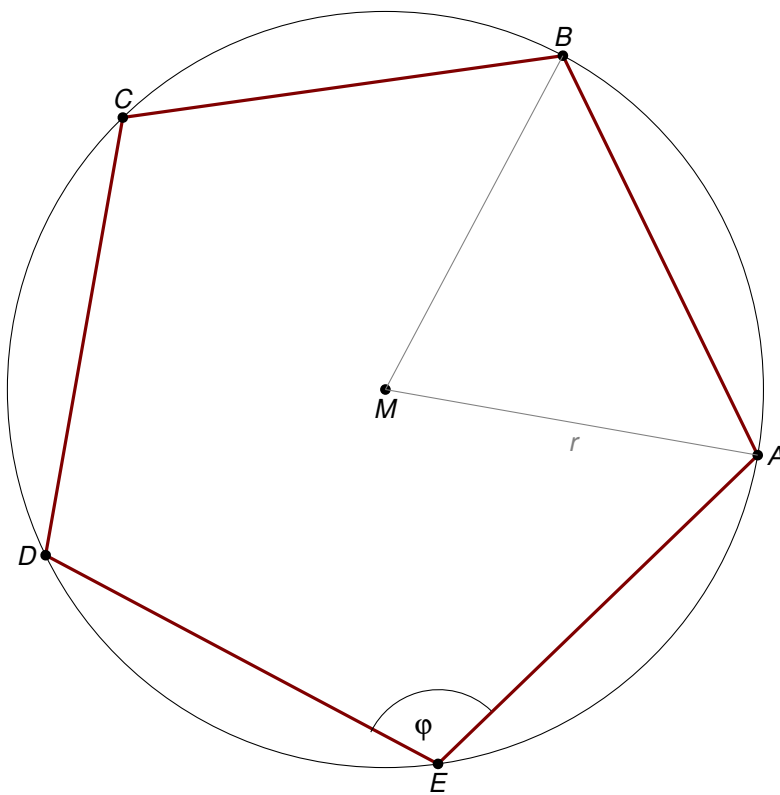
Führen beide Modelle zum gleichen Endpreis? Begründen Sie Ihre Antwort.

3| Trigonometrie

(2+5+2+2=11 Punkte)

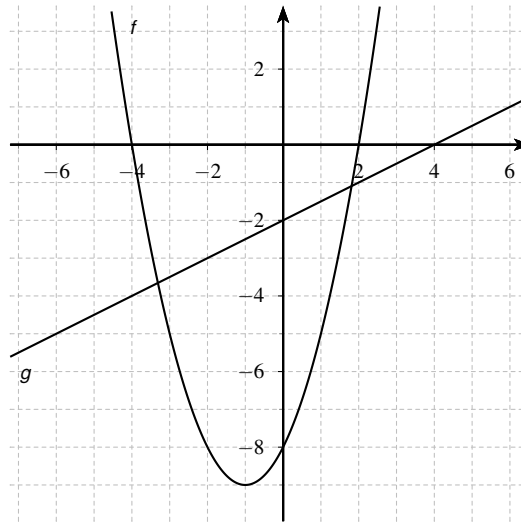
In einen Kreis mit Radius $r = 10\text{ cm}$ wird ein gleichseitiges Fünfeck $ABCDE$ eingezeichnet.

- Berechnen Sie die Winkel im gleichschenkligen Dreieck MAB . Berechnen Sie einen Innenwinkel φ des Fünfecks.
(Sollten Sie keine Ergebnisse bekommen: Behelfen Sie sich mit einer Messung.)
- Berechnen Sie die Länge einer Fünfeckseite (z.B. AB) und die Länge einer Fünfeckdiagonalen (z.B. AC).
- Von jedem Eckpunkt gehen zwei Diagonalen aus, die den Innenwinkel in drei Teile teilen. Untersuchen Sie, ob der Innenwinkel dadurch exakt gedrittelt wird.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .



|4| Lineare und quadratische Funktion**(2.5+1.5+1+3.5+2.5=11 Punkte)**

Hier sind eine lineare und eine quadratische Funktion gezeichnet. Die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und der Scheitelpunkt haben ganzzahlige Koordinaten.



- Bestimmen Sie die Gleichung der quadratischen Funktion f .
- Bestimmen Sie die Gleichung der linearen Funktion g .
- Lesen Sie aus der Zeichnung die ungefähren Werte der Schnittpunkte der beiden Funktionen ab.

Für die folgenden Aufgaben: Sollten Sie die Funktionen nicht bestimmt haben, dürfen Sie mit $f(x) = 2x^2 + 4x - 11$ und $g(x) = x + 1$ rechnen.

- Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen.
- Die Funktion $h(x) = f(x) - g(x)$ ergibt sich, indem die Funktionsgleichungen aus Teil a und b voneinander abgezogen werden.
 - Für welche Werte von x ist $h(x)$ negativ?
 - Für welche Zahl x hat $h(x)$ den kleinsten Funktionswert?

|5| Gleichungssysteme

(2+5+2=9 Punkte)

Hier geht es um Lebensmittel, die pro Kilogramm einen gewissen Nährwert und Eiweissgehalt haben.

Lebensmittel *A* (Fleisch) hat pro Kilogramm einen Nährwert von 7400 kJ und enthält 190 g Eiweiss.

Lebensmittel *B* (Reis): 15500 kJ Nährwert und 70 g Eiweiss

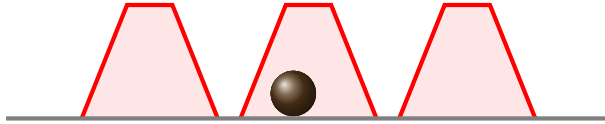
Lebensmittel *C* (Gemüse): 2700 kJ Nährwert und 30 g Eiweiss.

- a) Ein Fertigprodukt ist zusammen gesetzt aus 2400 g Fleisch, 4500 g Reis und 3100 g Gemüse. Wieviel Nährwert und Eiweiss enthält dieses Produkt?
- b) Es sollen 10 kg Lebensmittel Fleisch und Reis zusammen gestellt werden. Diese Mischung soll 1 kg Eiweiss enthalten.
 1. Muss dafür mehr Fleisch oder mehr Reis genommen werden? Begründen Sie, ohne ein Gleichungssystem zu lösen.
 2. Wie viel Fleisch, wie viel Reis ist zu nehmen? (Für die volle Punktzahl: Lösen Sie ein Gleichungssystem. Benennen Sie zunächst, welche Bedeutung die Unbekannten haben und welche Gleichungen mit welcher Bedeutung Sie jeweils aufstellen.)
- c) Es sollen 10 kg Lebensmittel aus Fleisch, Reis und Gemüse zusammen gestellt werden. Die Zusammenstellung soll 90000 kJ und 1 kg Eiweiss enthalten. Stellen Sie das zur Berechnung notwendige Gleichungssystem auf. Eine Lösung ist nicht verlangt.

6| Wahrscheinlichkeit**(5+2+1=8 Punkte)**

Unter Strassenkünstlern und Touristen sehr beliebt ist das folgende Spiel:

Der Strassenkünstler hat drei gleich grosse Hütchen. Vor den Augen des Touristen legt der Strassenkünstler eine Kugel unter eins der Hütchen, die anderen beiden Hütchen bleiben leer:



Nun fängt der Strassenkünstler blitzschnell damit an, immer wieder zwei Hütchen zu vertauschen. Der Tourist, welcher mit voller Konzentration dabei zuschaut, muss am Schluss angeben, unter welchem Hütchen die Kugel ist.

- a) Zunächst gehen wir davon aus, dass der Tourist ein Hütchen zufällig wählt.
1. Wie gross ist seine Erfolgswahrscheinlichkeit bei einem Spiel?
 2. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei drei Spielen genau zwei gewinnt?
 3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er acht Mal hintereinander verliert?
- b) Da er gut beobachten kann, schätzt der Tourist seine Erfolgswahrscheinlichkeit auf 60 Prozent. Um mitzuspielen, muss der Tourist 2 Euro bezahlen. Verliert er, ist das Geld weg. Gewinnt er, so zahlt ihm der Strassenkünstler 3 Euro aus, so dass der Tourist gesamthaft 1 Euro gewonnen hat.
Lohnt es sich für ihn, auf das Spiel einzusteigen?
- c) Der Trick des Strassenkünstlers besteht darin, dass er bei *genau einer* der Vertauschungen die Hütchen so anhebt, dass die Kugel – vom Touristen unbemerkt – unter das andere Hütchen rollt. Der Tourist weiss, dass dieser Trick angewandt wird. Der Tourist ist sicher, dass er am Schluss noch weiss, unter welchem Hütchen die Kugel zu Beginn war. Den Anhebetrick des Hütchenspielers kann er allerdings nicht beobachten. Was sollte er unter diesen Umständen tun, um eine hohe Gewinnwahrscheinlichkeit zu haben?
Und mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er das Spiel?

7 | **Stereometrie**

(3.5+1+1.5+3=9 Punkte)

Zu bestimmen ist das Volumen der Süssigkeitenverpackung.



Gezeigt wird die Verpackung in Frontalansicht und von oben.

Die Höhe der Verpackung beträgt 14.5 cm. Die Grundfläche und die obere Fläche der Verpackung haben die folgenden Abmessungen:

- die sechs kurzen Kanten sind jeweils 2.5 cm lang.
- die längeren Kanten sind 6.7 cm lang
- Die Innenwinkel betragen jeweils $90 + 45 = 135$ Grad.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Deckfläche.

Sollten Sie kein Ergebnis erhalten, rechnen Sie für die weiteren Teilaufgaben mit 64.38 cm^2 .

b) Wie gross ist das Volumen der Verpackung?

c) In der Verpackung sind 16 Schokokugeln enthalten. Diese haben einen Durchmesser von je 2.2 cm. Wieviel Prozent des Volumens der Verpackung nehmen die Schokokugeln ein?

d) Zeichnen Sie den Boden der Verpackung *in Originalgrösse*. Zeigen Sie, wie sich möglichst viele Schokokugeln nebeneinander auf dem Boden der Verpackung platzieren lassen. Dafür können Sie die vorbereitete Schablone verwenden. Volle Punktzahl erhalten Sie bei 9 platzierten Kugeln.